第 13 講　増減表の作成方法

13

［A］ $f(x)=e^{-x}\sin x\ (0\leqq x\leqq 2\pi)$ に関して，次の各問いに答えよ．

(1) $f'(x)$ を求めよ．

(2) $f'(x)>0$ となる x の値の範囲を求めよ．

(3) $f'(x)=0$ となる x の値を求めよ．

(4) $f'(x)=0$ となる x の値に対し，$f(x)$ の値をそれぞれ求めよ．

(5) 与えられた区間 $0\leqq x\leqq 2\pi$ の両端での $f(x)$ の値をそれぞれ求めよ．

(6) $f(x)$ の増減表を作成せよ．

［B］ $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ に関して，次の各問いに答えよ．

(1) $f'(x)$ を求めよ．

(2) $f'(x)>0$ となる x の値の範囲を求めよ．

(3) $f'(x)=0$ となる x の値を求めよ．

(4) $f'(x)=0$ となる x の値に対し，$f(x)$の値をそれぞれ求めよ．

(5) $\lim_{x\to\infty} f(x)$ と $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ をそれぞれ求めよ．

(6) $\lim_{x\to1-0} f(x)$ と $\lim_{x\to1+0} f(x)$ をそれぞれ求めよ．

(7) $f(x)$ の増減表を作成せよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講　増減表の作成方法

13 $f(x)=\dfrac{-x+1}{(x-2)^3}$ の増減表を作成せよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 13 講　増減表の作成方法

13

［A］ $f(x)=e^{-x}\sin x\ (0\leqq x\leqq 2\pi)$ に関して，次の各問いに答えよ．

(1) $f'(x)$ を求めよ．
(2) $f'(x)>0$ となる x の値の範囲を求めよ．
(3) $f'(x)=0$ となる x の値を求めよ．
(4) $f'(x)=0$ となる x の値に対し，$f(x)$ の値をそれぞれ求めよ．
(5) 与えられた区間 $0\leqq x\leqq 2\pi$ の両端での $f(x)$ の値をそれぞれ求めよ．
(6) $f(x)$ の増減表を作成せよ．

［B］ $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ に関して，次の各問いに答えよ．

(1) $f'(x)$ を求めよ．
(2) $f'(x)>0$ となる x の値の範囲を求めよ．
(3) $f'(x)=0$ となる x の値を求めよ．
(4) $f'(x)=0$ となる x の値に対し，$f(x)$ の値をそれぞれ求めよ．
(5) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)$ をそれぞれ求めよ．
(6) $\displaystyle\lim_{x\to1-0}f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to1+0}f(x)$ をそれぞれ求めよ．
(7) $f(x)$ の増減表を作成せよ．

【答】 ［A］ (1) $\sqrt{2}\,e^{-x}\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)$ (2) $0\leqq x<\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{5}{4}\pi<x\leqq 2\pi$ (3) $x=\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{5}{4}\pi$

(4) $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{e^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{2}}$，$f\left(\dfrac{5}{4}\pi\right)=-\dfrac{1}{e^{\frac{5}{4}\pi}\sqrt{2}}$ (5) $f(0)=0$，$f(2\pi)=0$ (6) 略

［B］ (1) $\dfrac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$ (2) $x<-1,\ x>3$ (3) $x=-1,\ 3$ (4) $f(-1)=-2$，$f(3)=6$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$，$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ (6) $\displaystyle\lim_{x\to1-0}f(x)=-\infty$，$\displaystyle\lim_{x\to1+0}f(x)=\infty$ (7) 略

【解説】 ［A］ (1) $f'(x)=e^{-x}\cdot(-x)'\times\sin x+e^{-x}\times\cos x=e^{-x}(-\sin x+\cos x)$

$=\boldsymbol{\sqrt{2}\,e^{-x}\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)}$

(2) $f'(x)=\sqrt{2}\,e^{-x}\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)>0$ より $\dfrac{3}{4}\pi\leqq x+\dfrac{3}{4}\pi<\pi$，$2\pi<x+\dfrac{3}{4}\pi\leqq\dfrac{11}{4}\pi$

よって $\boldsymbol{0\leqq x<\dfrac{\pi}{4}}$，$\boldsymbol{\dfrac{5}{4}\pi<x\leqq 2\pi}$

(3) $f'(x)=\sqrt{2}\,e^{-x}\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)=0$ より，(2)と同様に考えて $\boldsymbol{x=\dfrac{\pi}{4}}$，$\boldsymbol{\dfrac{5}{4}\pi}$

(4) $\boldsymbol{f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}=e^{-\frac{\pi}{4}}\sin\dfrac{\pi}{4}=\boldsymbol{\dfrac{1}{e^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{2}}}$ ，$\boldsymbol{f\left(\dfrac{5}{4}\pi\right)}=e^{-\frac{5}{4}\pi}\sin\dfrac{5}{4}\pi=\boldsymbol{-\dfrac{1}{e^{\frac{5}{4}\pi}\sqrt{2}}}$

(5) $\boldsymbol{f(0)}=e^{-0}\sin 0=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{f(2\pi)}=e^{-2\pi}\sin 2\pi=\boldsymbol{0}$

(6) (1)から(5)までの結果より $f(x)$ の増減は

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

x	0	…	$\frac{\pi}{4}$	…	$\frac{5}{4}\pi$	…	2π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	$\frac{1}{e^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{2}}$	↘	$-\frac{1}{e^{\frac{5}{4}\pi}\sqrt{2}}$	↗	0

［B］ (1)　$f'(x)=\frac{2x\cdot(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=\boldsymbol{\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}}$

(2)　$f'(x)=\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}>0 \iff (x-3)(x+1)>0$ かつ $x-1\neq 0$ より

　$\boldsymbol{x<-1,\ x>3}$

(3)　$f'(x)=\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}=0 \iff (x-3)(x+1)=0$ かつ $x-1\neq 0$ より $\boldsymbol{x=-1,\ 3}$

(4)　$\boldsymbol{f(-1)}=\frac{(-1)^2+3}{-1-1}=\boldsymbol{-2}$，$\boldsymbol{f(3)}=\frac{3^2+3}{3-1}=\boldsymbol{6}$

(5)　$f(x)=x\cdot\frac{1+\frac{3}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}$ より $\boldsymbol{\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty}$，$\boldsymbol{\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty}$

(6)　$\lim_{x\to 1-0}\frac{1}{x-1}=-\infty$，$\lim_{x\to 1+0}\frac{1}{x-1}=\infty$，$\lim_{x\to 1-0}(x^2+3)=\lim_{x\to 1+0}(x^2+3)=4$ より

　$\boldsymbol{\lim_{x\to 1-0}f(x)=-\infty}$，$\boldsymbol{\lim_{x\to 1+0}f(x)=\infty}$

(7)　(1)から(6)までの結果より $f(x)$ の増減は

x	$-\infty$	…	-1	…	1	…	3	…	∞
$f'(x)$		$+$	0	$-$	×	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty/\infty$	↘	6	↗	∞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講　増減表の作成方法

13 $f(x)=\dfrac{-x+1}{(x-2)^3}$ の増減表を作成せよ．

【答】 略

【解説】 $f(x)=(-x+1)(x-2)^{-3}$ より

$f'(x)=-1\cdot(x-2)^{-3}+(-x+1)\cdot(-3)(x-2)^{-4}=\dfrac{2x-1}{(x-2)^4}$ なので，

$f'(x)>0$ となる x の値の範囲は $\dfrac{1}{2}<x<2,\ x>2$ となり，$f'(x)=0$ となる x の値は $x=\dfrac{1}{2}$ である．

また $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{-\dfrac{1}{2}+1}{\left(\dfrac{1}{2}-2\right)^3}=-\dfrac{4}{27}$ であり，

$f(x)=\dfrac{1}{x^2}\cdot\dfrac{-1+\dfrac{1}{x}}{\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^3}$ より $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)=0,\ \lim_{x\to\infty}f(x)=0$ となり，

また $\displaystyle\lim_{x\to2-0}f(x)=\infty,\ \lim_{x\to2+0}f(x)=-\infty$ より $f(x)$ の増減は

x	$-\infty$	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	2	$\cdots$	∞
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\times$	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{4}{27}$	$\nearrow$	$\infty/-\infty$	$\nearrow$	0

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。